# भारतीय ज्ञान परंपरा में गणित

**डॉ. अरविन्द कुमार शर्मा ***

*सहायक प्राध्यापक (गणित) शासकीय महाविद्यालय कायथा, जिला उज्जैन (म.प्र.) भारत

**शोध सारांश –** भारतीय ज्ञान परंपरा में गणित के योगदान के प्रमाण संसार के प्रारम्भ से मिलते है वैदिक काल में ही संख्याओं का एवं दशमलव प्रणाली का उल्लेख ऋग्वेद में मिलता है भारतीय ज्ञान परंपरा में गणित केवल संख्याओं और समीकरणों का विषय नहीं रहा, बल्कि यह एक समग्र दार्शनिक और व्यावहारिक प्रणाली का हिस्सा रहा है। प्राचीन भारतीय गणितज्ञों ने न केवल गणना पद्धतियों का विकास किया, बल्कि शून्य, दशमलव प्रणाली, अनंत की अवधारणा और बीजगणित जैसे क्षेत्रों में ऐसे मौलिक सिद्धांत प्रस्तुत किए, जो आज भी आधुनिक गणित के मूल आधार हैं।इस शोध का उद्देश्य भारतीय ज्ञान परंपरा में गणित के इतिहास में प्रमुख रूप से शोध के बारे में उल्लेख करना है साथ ही कुछ भारतीय गणितज्ञ और उनका योगदान के बारे में संक्षिप्त जानकारी प्रदान करना है।

**प्रस्तावना –** भारतीय ज्ञान परंपरा अत्यंत समृद्ध और व्यापक रही है, जिसमें गणित का महत्वपूर्ण स्थान है। वेदांग ज्योतिष में गणित की महत्ता पर प्रकाश डालते हुए लिखा है–

यथा शिखा मयूराणां, नागानां मणयो यथा।
तद् वेदांगशास्त्राणां, गणितं मूर्धि्न वर्तते ।।

अर्थात जिस प्रकार मयूरों की शिखाऐं और सर्पो की मणियां शरीर में सर्वोपरि मूर्धा स्थान (मस्तक) पर विराजमान है, उसी प्रकार वेदों के सब अंगों तथा शास्त्रों में गणित शिरोमणि है।

ठीक उसी प्रकार जैन गणितज्ञ महावीराचार्य ने गणित के सम्बन्ध में यहाँ तक कहा है–

बहुभिर्विप्रलापैः किम् त्रैलोक्ये सचराचरे।
यत्किंचिद्वस्तु तत्सर्व गणितेन बिना न हि।।

अर्थात् बहुत अधिक प्रलाप करने से क्या लाभ है। इस सचराचर जगत में जो कुछ भी वस्तु है वह सब गणित के बिना समझना सम्भव ही नहीं है।

प्राचीन भारत में गणित न केवल एक शुद्ध बौद्धिक विषय था, बल्कि उसका संबंध खगोल विज्ञान, वास्तुशास्त्र, यज्ञ, व्यापार, आयुर्वेद और संगीत जैसे विविध क्षेत्रों से भी था। वैदिक युग से लेकर मध्यकालीन भारत तक, भारतीय गणितज्ञों ने गणना, बीजगणित, त्रिकोणमिति, ज्यामिति और संख्यात्मक विश्लेषण के क्षेत्र में अद्वितीय योगदान दिए।

बौधायन, आर्यभट, ब्रह्मगुप्त, भास्कराचार्य और श्रीनिवास रामानुजन जैसे विद्वानों ने न केवल भारत बल्कि विश्वभर में गणित की दिशा और दृष्टिकोण को प्रभावित किया। भारतीय गणित की एक विशिष्ट विशेषता यह रही है कि इसमें गणना और सिद्धांत दोनों को एक व्यावहारिक तथा दार्शनिक दृष्टिकोण से देखा गया। शून्य (Zero) की खोज, दशमलव प्रणाली का विकासऔर अनंत के विचार ये सब भारतीय गणित की देन हैं, जिनका प्रभाव आज भी आधुनिक गणित में स्पष्ट रूप से देखा जा सकता है।

यह शोध-पत्र भारतीय गणितीय परंपरा में गणित के इतिहास को कालखण्डों में प्रदर्शित करता है। इसमें भारत के महान गणितज्ञों में से कुछ गणितज्ञों के बारे में जानने एवं उनके गणित के क्षेत्र में योगदान को रेखांकित किया गया हैं।

**प्राचीन भारतीय गणित का संक्षिप्त इतिहास –** भारतीय गणित का शुभारंभ'ऋग्वेद' से होता है।प्राचीन भारतीय गणित के इतिहास को निम्न कालों में विभक्त किया जा सकता है

**1. आदि काल (3000 इस्वी पूर्व से 500 इस्वी पूर्व तक)–** आदिकाल भारतीय गणित के इतिहास में अत्यन्त महत्वपूर्ण है।यह काल अंकगणित, बीजगणित एवं रेखागणित को विधिवत् एवं दृढ़तापूर्वक स्थापित किए जाने वाला रहा है।इसे भी निम्न दो काल खंडो में विभाजित किया गया हैरू–

**(क) वैदिक काल (3000 इस्वी पूर्व से 1000 इस्वी पूर्व तक)–** वैदिक काल की विश्व को सबसे बड़ी देन, संख्याओं का तथा उन की दाशमिक प्रणाली है ऋग्वेद की एक ऋचा है–

द्वादश प्रधयश्च्य क्रमेकं त्रीणि नभ्यामिक उतच्चिकेत।
तस्मिन्त्सामकं त्रिशता न शंकवोऽर्पिता षष्टिर्न चलचला ही स।।

इसमें द्वादश अर्थात् बारह, त्रीणि अर्थात तीन, त्रिशत अर्थात् तीन सौ, षष्टि अर्थात् साठ संख्याओं का प्रयोग दाशमिक प्रणाली का स्पष्ट उदाहरण है।

भारत में दशमलव प्रणाली, हड़प्पाकाल में अस्तित्व में थी जैसा कि हड़प्पा के बाटों और मापों के विश्लेषण से पता चलता है। उस काल के0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200 और 500 के अनुपात वाले बाट पहचान में आये हैं।

उन्नत ईंट (brick) तकनीक जिसमें अनुपात (ratio) का प्रयोग किया गया, पूर्ण समकोण (right angle) पर गलियाँ बनायीं गयी, साथ ही कई ज्यामितीय आकारों और डिजाइनों का प्रयोग किया गया ।

दाशमिक स्थानमान पद्धति भारत से अरब गयी और अरब से पश्चिमी देशों में पहुँची। यही काल हैं कि अरब के लोग 1 से 9 तक के अंकों को

शहिन्दसांश कहते हैं और पश्चिमी देशों में (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) को हिन्दू अरबीक न्यूमरल्स (Indo-Arebic Numericals) कहा जाता है।यह ज्ञात नहीं है कि शून्य का आविष्कार कब और किसने किया, किन्तु इसका प्रयोग वैदिक काल में होता रहा है। शून्य एवं दाशमिक स्थान मान पद्धति का महत्व इसी से परिलक्षित होता है कि आज यह पद्धति सम्पूर्ण विश्व में प्रचलित है तथा इसी के आविष्कार ने गणित एवं विज्ञान को प्रगति के उन्नत शिखरों तक पहुँचाया है।

**(ख) उत्तर वैदिक काल (1000 इस्वी पूर्व से 500 इस्वी पूर्व तक) –** इस युग में गणित का भारत में अधिक विकास हुआ। शुल्व वह रज्जु (रस्सी) होती थी, जो यज्ञ वेदी बनाने के लिए माप में काम आती थी। इसी युग में बोधायन शुल्व सूत्र की खोज हुई जिसे हम आज पाइथागोरस प्रमेय के नाम से जानते है।

बोधायन एवं आपस्तम्ब ने ईसा से 800 वर्ष पूर्व अपने शुल्व सूत्रों में वैदिक यज्ञ हेतु विविध वेदियों के निर्माण हेतु आवश्यक स्थापत्यमान दिए हैं।किसी त्रिकोण के बराबर वर्ग खींचना, ऐसा वर्ग खींचना जो किसी वर्ग का द्विगुण, त्रिगुण अथवा एक तृतीयांश हो। ऐसा वृत्त बनाना, जिसका क्षेत्र उपस्थित वर्ग के क्षेत्र के बराबर हो।

सूर्य प्रज्ञप्ति में 'दीर्घवृत्त' का स्पष्ट उल्लेख मिलता है, जिसका अर्थ है 'दीर्घ (आयत) पर बना परिवृत्त'जिसे परिमण्डल के नाम से जाना जाता था। अत: भारतीयों को दीर्घवृत्त का ज्ञान मिनमैक्स (350 ई.पू.) से पूर्व ही हो चुका था।उल्लेखनीय है कि भंगवती सूत्र (300 ई.पू.) में भी शपरिमण्डलश शब्द दीर्घवृत्त के लिए प्रयुक्त किया है

**2. पूर्व मध्य काल (शैशव काल) (500 इस्वी पूर्व से 500 इस्वी तक) –** इस काल में लिखी गयी पुस्तकों वक्षाली गणित, सूर्य सिद्धांत और गणित अनुयोग के कुछ पृष्ठों को छोड़कर शेष कृतियाँ काल कवलित हो गयी। । किन्तु इन पृष्ठों से और मध्ययुगीन आर्यभट्ट, ब्रह्मगुप्त आदि के उपलब्ध साहित्य से यह निष्कर्ष निकलता है कि इस काल में भी गणित का विकास पर्याप्त रूप से हुआ था।

अनुयोगद्धार, स्थानांग सूत्र व भगवतीसूत्र इस युग के प्रमुख ग्रंथ हैं। इनके अतिरिक्त जैनाचार्य उमास्वाति (135 ई.पू.) की कृति 'तत्वार्थाधिगम सूत्र भाष्य' एवं आचार्य यतिवृषभ (176 ई. के आस-पास) की कृति 'तिलोयपण्णती' भी इस काल के प्रसिद्ध जैन ग्रंथ हैं। इस काल में पदम, बवेपदम की खोज हुई।

**3. मध्य काल अथवा स्वर्ण-युग (500 इस्वी से 1200 इस्वी तक) –** मध्यकाल को भारतीय गणित का स्वर्ण युग कहा जाता है क्योंकि इस काल में आर्यभट्ट (प्रथम व द्वितीय), ब्रह्मगुप्त, श्रीधराचार्य, भास्कर, महावीराचार्य जैसे अनेक महान एवं श्रेष्ठ गणितज्ञ हुए। वेदों में जो सिद्धान्त,नियम एवं विधियाँ सूत्र रूप में है वे इस युग में जन साधारण के समक्ष आयी।

**4. उत्तर-मध्य काल (1200 इस्वी से 1800 इस्वी तक) –** इस काल की प्रमुख देन 'प्राचीन ग्रन्थों पर टीकाएँ'है। इस युग में केरल के एक गणितज्ञ नीलकण्ठ ने 1500 ई. में ज्या (sinr) का मान ज्ञात किया उनके अनुसार इस सूत्र का उल्लेख मलयालम पाण्डलेख 'मुक्तिभास' में भी किया गया है जिसे हम 'ग्रेगरी श्रेणी' के नाम से जानते हैं।

इस काल मे नारायण पण्डित (1356 ई.), नीलकण्ठ (1587 ई.), कमलाकर (1608 ई.) तथा सम्राट जगन्नाथ (1731 ई.) नामक गणितज्ञों का महत्वपूर्ण योगदान रहा।

**5. वर्तमान काल (1800 इस्वी से अद्यावधि) –** इस युग में श्री रामानुजन का नाम विशेष रूप से उल्लेखनीय है मैजिक नम्बर 1729 की खोज की गई ।इस काल में संख्या सिद्धांत के क्षेत्र में अधिक काम किया।

रामानुजन के अतिरिक्त इस युग में नृसिंह बापू देव शास्त्री (1831 ई.), स्वामी भारती कृष्णतीर्थ जी महाराज (1884-1960 ई.) तथा सुधाकर द्विवेदी के नाम प्रमुख हैं। 19वीं शताब्दी में, गणित की कार्यशैली अमूर्त (।इेजतंबज) तथा और अधिक अमूर्त होती गई।

**कुछ भारतीय गणितज्ञ और उनका योगदान**

**1. बौधायन(जन्म: 800 ई. पू.मृत्यु: 740 ई. पू.)–** प्रारम्भिक जीवनरू-उनका जन्म सीतामढ़ी जिले के बाजपट्टी प्रखंड स्थित बानगांव मेंहुआ था।

**प्रमुख ग्रंथ (पुस्तकें) –** बौधायन सूत्रों में कुल छह प्रमुख ग्रंथ शामिल हैंरू शुल्बसूत्र (3 अध्याय), श्रौतसूत्र (संभवत: 19 प्रकरण), गृह्यसूत्र (4 प्रकरण), धर्मसूत्र (4 प्रकरण), दैवधसूत्र (4 प्रकरण), कर्मातरसूत्र (20 अध्याय) इन ग्रंथों में धार्मिक अनुष्ठानों, दैनिक जीवन, गणित और आचारधर्म से संबंधित विस्तृत निर्देश दिए गए हैं।

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. शुल्बसूत्र में बौधायन ने पाइथागोरस से 200-250 साल पहले ही तथाकथित पाइयागोरस प्रमेय की जानकारी दे दी थी।

दीर्घचतुरश्रस्याक्ष्णया रज्जु: पार्श्वमानी तिर्यग् मानी
च यत् पृथग् भूते कुरूतस्तदुभयं करोति ।।

अर्थात विकर्ण पर कोई रस्सी तानी जाय तो उस पर बने वर्ग का क्षेत्रफल ऊर्ध्व भुजा पर बने वर्ग तथा क्षैतिज भुजा पर बने वर्ग के योग के बराबर होता है।

2. बौधायन ने 2 के वर्गमूल को 5 अंकों तक शुद्धरूप से आज से 2800 साल पहले प्राप्त करने का सूत्र बताया।

समस्य द्विकर्णि प्रमाणं तृतीयेन वर्धयेत।
तच् चतुर्थेनात्मचतुस्त्रिंशोनेन सविशेष:।।

किसी वर्ग का विकर्ण का मान प्राप्त करने के लिए भुजा में एक-तिहाई जोड़कर, फिर इसका एक-चौथाई जोड़कर, फिर इसका चौतीसवाँ भाग घटाकर जो मिलता है वही लगभग विकर्ण का मान है।

$$\sqrt{2} \approx 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3.4} - \frac{1}{3.4.34} = \frac{577}{408} \approx 1.414216$$

3. बौधायन को 'पाई' का मान खोजने वाले पहले गणितज्ञों में से एक माना जाता है। उनके शुल्बसूत्र में इसका उल्लेख है। बौधायन ने विभिन्नवेदिक वेदी निर्माणों के लिए पाइ ($\pi$) के विभिन्न मानों का उपयोग किया।

उनके कुछ ग्रंथों में निम्नलिखित पर प्रमेय शामिल हैं।

- किसी भी समचतुर्भुज में विकर्ण (विपरीत कोनों को जोड़ने वाली रेखाएं) एक दूसरे को समकोण (90 डिग्री) पर समद्विभाजित करती हैं

इ.एक आयत के विकर्ण बराबर होते हैं तथा एक दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

- एक आयत के मध्यबिन्दुओं को जोड़ने पर एक समचतुर्भुज बनता है जिसका क्षेत्रफल आयत का आधा होता है।
- किसी वर्ग के मध्य बिन्दुओं को मिलाकर बनाए गए वर्ग का क्षेत्रफल मूल वर्ग का आधा होता है।

**2. आर्यभट्ट (जन्म: 476ई. मृत्यु: 550 ई.)**

**प्रारम्भिक जीवन –**आर्यभट्ट का जन्म कुसुमपुरा (पटना ) में 476 ई. में हुआ था।आर्यभट्ट ने अपनी शिक्षा कुसुमपुर और नालंदा विश्वविद्यालय में प्राप्त की। वे नालंदा विश्वविद्यालय के प्रमुख भी रहे।उनके दो प्रमुख योगदान हैं शून्य का परिचय और पाइ के अनुमानित मान की गणना।

**प्रमुख ग्रंथ (पुस्तकें):–**आर्यभटीय, दशगीतिका और आर्यभट्ट सिद्धांत

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. आर्यभटीय में उन्होंने वर्ग और घनमूलों को हल करने के लिए दशमलव संख्या प्रणाली का उपयोग किया।

2. उन्होंने 'पाई' का मान 3.1416दिया, जो दशमलव के 4 स्थानों तक सही था।

3. आर्यभट्ट ने अपने सूत्रों से यह सिद्ध किया कि एक वर्ष में 366 दिन नहीं वरन 365.2951 दिन होते हैं।

4. सर्वप्रथम उन्होंने ही 'कॉपरनिकस' से लगभग हजार साल पहले,सैद्धांतिक रूप से सिद्ध किया था कि पृथ्वी गोल है उसकी परिधि अनुमानत24835 मील है इस गणनाकी सटीकता99.8 प्रतिशतथी।

5. आर्यभट्ट ने दशमलव अंक प्रणाली का उपयोग किया और शून्य के महत्व को समझा।आर्यभटीय में दाशमिक स्थान मान की सूची 10 पदों तक उपलब्ध हैं।

6. आर्यभट के अनुसार किसी वृत्त की परिधि और व्यास का अनुपात 62,832 : 20,000 आता है।

चतुराधिकं शतमष्टगुणं द्वाषष्टिस्तथा सहस्राणाम्।
अयुतद्वयस्य विष्कम्भस्यासन्नो वृत्तपरिणाहः।।

अर्थात, ((4100)8+62,000)/20,000 = 62,832/20,000

7. आर्यभट के अनुसार किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल, लम्ब के साथ भुजा के आधे के (गुणनफल के) परिणाम के बराबर होता है।

'त्रिभुजस्य फलशरीरं समदलकोटि भुजार्ध संवर्गी'

8. उन्होंने 'ज्या' (sine) और 'कोज्या' (cosine) जैसे त्रिकोणमितीय गुणांकों का परिचय दिया।

9. वह आर्यभट्ट ही थे जिन्होंने त्रिभुज के क्षेत्रफल की गणना की थी, जो कि (1X2. लम्बाई X चौड़ाई) है।

10. बीजगणित में उन्होंने वर्गों और क्यूब्स की श्रृंखला का सार बताया और ax by = c प्रकार के समीकरणों को हल किया है।

**3. वराहमिहिर (जन्म: 499 ई. मृत्यु: 587 ई.)**

**प्रारम्भिक जीवन–** उनका जन्म कायथा जिला उज्जैन में छठी शताब्दी 499 ई. में हुआ था। भारतीय परंपराओं के अनुसार, वे मालवा के राजा यशोधर्मन विक्रमादित्य के दरबार में 'नौ रत्नों' (नवरत्नों) में से एक थे।वृहत् संहिता, वास्तुकला, मंदिर, ग्रहों की गति, ग्रहण, कालगणना, ज्योतिष, ऋतुएँ, बादल निर्माण, वर्षा, कृषि, गणित, रत्न विज्ञान, इत्र और कई अन्य विषयों पर एक विस्तृत अध्ययन, वराहमिहिर के सबसे प्रसिद्ध कार्यों में से एक था।वे पांचवीं–छठी शताब्दी के एक प्रमुख विद्वान थे, जिन्होंने भारतीय और पाश्चात्य खगोलशास्त्र के बीच सेतु का कार्य किया।

**प्रमुख ग्रंथ (पुस्तकें)–**पंचसिद्धांतिका, वृहत संहिता।

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. उन्होंने द्विघात गुणांकों की गणना की, जिसे यूरोपीय सभ्यता में पास्कल त्रिकोण के रूप में जाना जाता है।।

2. उन्होंने आर्यभट्ट की साइन टेबल की सटीकता को बढ़ाया।उन्होंने साइन और वर्साइन तालिकाओं को 3.75 डिग्री के अंतराल में 0 से 90 डिग्री तक 4 दशमलव स्थानों की सटीकता के साथ निर्धारित किया

3. उन्होंने 4X4 मैजिक स्क्वायर का आविष्कार किया।

4. 'सूर्य सिद्धांत' में वराहमिहिर ने मंगल ग्रह के व्यास का उल्लेख किया है। इस पुस्तक में वराह मिहिर ने मंगल ग्रह के बारे में विस्तृत जानकारी दी है। उन्होंने मंगल ग्रह पर पानी और लोहे की उपस्थिति के बारे में भविष्यवाणी की थी।

5. वराहमिहिर ने बताया कि सभी वस्तुओं का पृथ्वी की ओर आकर्षित होना किसी अज्ञात बल के कारण है।

6. अपने पूर्ववर्ती वैज्ञानिक आर्यभट की तरह उन्होंने भी कहा कि पृथ्वी गोल है।

7. उनका कहना था कि पौधे और दीमक जमीन के नीचे के पानी को इंगित करते हैं।

8. वराहमिहिर ने त्रिकोणमिति के कुछ महत्वपूर्ण सूत्रों की खोज की, जैसे:

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

$$(1 - \cos(2x))/2 = \sin^2(x)$$

**4. ब्रह्मगुप्त (जन्म: 598 ई. मृत्यु: 668 ई.)**

**प्रारम्भिक जीवन –** उनका जन्म गूर्जरदेसा (वर्तमान में राजस्थान, भारत में भीनमाल) के भीलमाला में छठी शताब्दी 598 ई. में हुआ थावे जिष्णुगुप्त के पुत्र थे।ब्रह्मगुप्त गणित ज्योतिष के बहुत बड़े आचार्य थे। आर्यभट्ट के बाद भारत के पहले गणित शास्त्री श्भास्कराचार्य प्रथमश थे। उसके बाद ब्रह्मगुप्त हुए। ब्रह्मगुप्त खगोल शास्त्री भी थे।ब्रहगुप्त को संख्यात्मक विश्लेषण (Numerical Analysis) का जनक माना जाता है।

**प्रमुख ग्रंथ (पुस्तकें)–**ब्रह्मस्फुटसिद्धान्त (सन 628 ई), खण्ड–खाद्यक (सन 665 ई.)

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. उन्होंने शून्य, गणित के क्षेत्र में एक क्रांतिकारी खोज की शुरुआत की और उल्लेख किया कि शून्य का अर्थ 'कुछ भी नहीं' है।

- जब हम किसी संख्या को स्वयं से घटाते हैं तो हमें शून्य प्राप्त होता है।
- शून्य से विभाजन अनंत के बराबर होता है।
- शून्य को शून्य से भाग देने पर शून्य प्राप्त होता है।

2. उन्होंने एक चक्रीय चतुर्भुज के क्षेत्रफल को ज्ञात करने के लिए भी विलक्षण सूत्रों का आविष्कार किया। इस सूत्र के बारे में लिखते हुए उन्होंने अपने ग्रंथ 'ब्रह्मस्फुटसिद्धांत' में लिखा कि–

'भुजयोगार्थचतुष्टय भुजोनघातत् पदं सूक्ष्मम्।'

यदि एक ABCD चक्रीय चतुर्भुज की चार भुजाएँ p,q,r,s हैं तो उनका क्षेत्रफल

$$=\sqrt{((t-p)(t-q)(t-r)(t-s))}$$

जहां t, चक्रीय चतुर्भुज का अर्धपरिमाप है

3. अपने दूसरे ग्रंथ 'खण्डखाद्यक' में उन्होंने ज्या के मूल्य की गणना करने के लिए प्रक्षेप सूत्र भी दिया।

4. ब्रह्मगुप्त ने द्विघातीय उन्होंने Simultaneous एवं समीकरणों को हल करने के लिए एक सूत्र विकसित किया।

5. उन्होंने पाई का मान 3.162 आंका, जो वास्तविक मान 3.14 से थोड़ा अधिक था।

Naveen Shodh Sansar (An International Refereed / Peer Review Multidisciplinary Research Journal)
RNI No.- MPHIN/2013/60638, ISSN 2320-8767, E- ISSN 2394-3793, Scientific Journal Impact Factor (SJIF)- 8.054,
January to March 2025 E-Journal, Volume I, Issue XLIX, ISO 9001:2015 - E2024049304 (QMS)

6. उन्होंने गणना की कि पृथ्वी सूर्य की अपेक्षा चंद्रमा के अधिक निकट है।

7. ब्रह्मगुप्त ने निर्धारित किया कि एक वर्ष 365 दिन, 6 घंटे, 12 मिनट और 9 सेकंड का होता है।

8. उन्होंने गुरुत्वाकर्षण की अवधारणा का उल्लेख करते हुए कहा कि पिंड पृथ्वी की ओर इसलिए गिरते हैं क्योंकि यह उन्हें अपनी ओर आकर्षित करती है, ठीक उसी प्रकार जैसे पानी बहता है।

9. ब्रह्मगुप्त ने धनात्मक और ऋणात्मक संख्याओं के साथ काम करने के लिए नियमों का आविष्कार किया:

- एक ऋणात्मक संख्या को दूसरी ऋणात्मक संख्या में जोड़ने पर ऋणात्मक परिणाम प्राप्त होता है।
- किसी धनात्मक संख्या में से ऋणात्मक संख्या घटाना दो संख्याओं को जोड़ने जैसा है।
- दो ऋणात्मक संख्याओं को गुणा करने पर एक धनात्मक संख्या प्राप्त होती है।

10. ब्रह्मगुप्त प्रमेय कहता है कि यदि एक चक्रीय चतुर्भुज लम्बविकर्णीय है (अर्थात, इसमें लंबवत विकर्ण हैं), तो विकर्णों के प्रतिच्छेद बिंदु से किसी भुजा पर डाला गया लंबवत सदैव विपरीत भुजा को समद्विभाजित करता है।

**5. भास्कर प्रथम (जन्म: 600 ई. मृत्यु: 680 ई.)**

**प्रारम्भिक जीवन –** उनका जन्म 7वीं शताब्दी ई. में महाराष्ट्र के परभणी जिले में हुआ था।भास्कर प्रथम, भारत के एक प्रमुख गणितज्ञ और खगोल शास्त्री थे। वे प्राचीन भारत के उन विद्वानों में से एक थे जिन्होंने आर्यभट के कार्यों को आगे बढ़ाया और उन पर टीकाएँ लिखीं।

**प्रमुख ग्रंथ (पुस्तकें) –**महाभास्करिया, लघुभास्करिया

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. वे पहले गणितज्ञ थे जिन्होंने शून्य को एक वृत्त के साथ चित्रित किया।

2. वे पहले गणितज्ञ थे जिन्होंने सबसे पहले संख्याओं को हिन्दू दशमिक पद्धति में लिखना आरम्भ किया।उन्होंनेआर्यभट के दशमलव आधारित स्थानिक मान प्रणालीको विस्तार से समझाया।

3. भास्कर प्रथम ने एक सटीक सूत्र दिया था जिससे sine (ज्या) के मान का अनुमान लगाया जा सकता है।

$$\text{sine} \approx \frac{16x(\pi-x)}{5\pi^2 - 4x(\pi-x)}, \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

4. आर्यभटीय पर उन्होने सन् 629 में आर्यभटीयभाष्य नामक टीका लिखी जो संस्कृत गद्य में लिखी गणित एवं खगोलशास्त्र की प्रथम पुस्तक है।

5. आर्यभट की परिपाटी में ही उन्होने महाभास्करीय एवं लघुभास्करीय नामक दो खगोलशास्त्रीय ग्रंथ भी लिखें।

6. भास्कर ने (Differential Calculus) की नींव रखी, और (Differential Coefficient) का एक उदाहरण दिया जिसे आज हम Rolle's के प्रमेय के रूप में क्या जानते हैं।

**6. महावीर(महावीराचार्य)(800ई–870 ई)**

**प्रारम्भिक जीवन–**उनका जन्म कर्नाटक के गुलबर्गा में हुआ था।प्राचीन भारत के एक महान जैन गणितज्ञ थे।वे तत्कालीन राष्ट्र कूट शासक अमोघ वर्ष के दरबार में विद्वान थे।

**प्रमुख ग्रंथ(पुस्तकें)–**गणितसार संग्रह

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. दीर्घवृत्त की परिधि का सूत्र विकसित किया।

2. उन्होंने एक संख्या के वर्ग और घनमूलों का अनुमान लगाने के तरीके भी खोजे हैं।

3. n–घात वाले समीकरणों $ax^n=q$ तथा $a\frac{x^n-1}{x-1}=p$ का हल प्रस्तुत किये।

4. समान्तर श्रेणी के पदों के वर्ग वाली श्रेणी के द–पदों का योग निकाला।

5. महावीर ने चक्रीय चतुर्भुजों की भुजाओं (sides) की सहायता से विकर्णों (daigonals) की लम्बाई ज्ञात करने के लिये समीकरण दिये।

6. आपने बताया कि ऋणात्मक संख्याओं का प्रकृति में वर्गमूल नहीं होता है इससे काल्पनिक संख्याओं के विकास का पथ प्रशस्त हुआ।

7. उन्होंने शून्य (0)के गुणों को विस्तार से समझाया और उसका उपयोग बीजगणित में किया।उन्होंने स्पष्ट किया कि 'किसी भी संख्या को शून्य से भाग नहीं दिया जा सकता' ।

**7. भास्कर द्वितीय भास्कराचार्य(1114ई– 1185ई)**

**प्रारम्भिक जीवन –**उनका जन्म 1114 ई. में विज्जादविड़ा में हुआ था, जो आधुनिक कर्नाटक में बीजापुर के पास माना जाता है।इनके द्वारा रचित मुख्य ग्रन्थ सिद्धान्त शिरोमणि हैजिसमें लीलावती, बीजगणित, ग्रहगणित तथा गोलाध्याय नामक चार भाग हैं। ये चार भाग क्रमशः अंकगणित, बीजगणित, ग्रहों की गति से सम्बन्धित गणित तथा गोले से सम्बन्धित हैं। उन्हें मध्यकालीन भारत का सबसे महान गणितज्ञ कहा जाता है।

**प्रमुख ग्रंथ (पुस्तकें)–**करण कौतुहला, सिद्धान्त शिरोमणि

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. उन्हें मध्यकालीन भारत का सर्वश्रेष्ठ गणितज्ञ माना जाता है यह उज्जैन की वेधशाला के अध्यक्ष भी थे।

2. उन्होंने न्यूटन और लाइबनिज से पहले अवकलन गुणांक और अवकलन कलन तैयार किया था।

3. हिंदू खगोलविदों में पहली बार चाँद के समीकरण को दुनिया के समक्ष प्रस्तुत करने का गौरव भी भास्कराचार्य को ही प्राप्त हुआ था।

4. भास्कराचार्य ने अपने 'सिद्धांतशिरोमणि' ग्रंथ में पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण के बारे में लिखा है कि 'पृथ्वी आकाशीय पदार्थों को विशिष्ट शक्ति से अपनी ओर खींचती है। इस कारण आकाशीय पिण्ड पृथ्वी पर गिरते हैं।' सर आइजक न्यूटन से 500 साल पहले, भास्कराचार्य गुरुत्वाकर्षण की खोज करने वाले पहले व्यक्ति थे।

5. भास्कराचार्य ने चक्रवाल पद्धति का भी आविष्कार किया था।

6. उनकी प्रसिद्ध कृति सिद्धांत शिरोमणि ने अंकगणित, बीजगणित आदि में विभिन्न सिद्धांतों के लिए आधार तैयार किया है।

7. चंद्रमा का एक दिन(रात), 15 पृथ्वी दिनों के बराबर होता है।

**8.संगमग्राम के माधव (प्रसिद्ध केरलीय गणितज्ञ)(1350ई–1425ई )**

**प्रारम्भिक जीवन–** उनका जन्म 1350 ई. कोचीन ((इरन्नलक्कुता) केरल में हुआ था।

**प्रमुख ग्रंथ (पुस्तकें) –**वेण्वारोह

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. बहुपद प्रसार की विधियों

2. अनंत श्रृंखला का अभिसरण

Naveen Shodh Sansar (An International Refereed / Peer Review Multidisciplinary Research Journal)
RNI No.- MPHIN/2013/60638, ISSN 2320-8767, E- ISSN 2394-3793, Scientific Journal Impact Factor (SJIF)- 8.054,
January to March 2025 E-Journal, Volume I, Issue XLIX, ISO 9001:2015 - E2024049304 (QMS)

3. अनंत निरंतर भिन्न
4. आबीजीय समीकरणों को हल करने के लिए पुनरावृति का उपयोग।
5. ज्याश्रेणी एवं कोसाइन श्रेणी

$\sin q = q - q^3/3! + q^5/5! - ...$

$\cos q = 1 - q^2/2! + q^4/4! - ...$

माधव-ग्रेगरी श्रेणी

Pi के लिए माधव का सूत्र $\pi/4 = \Sigma^{\infty}_{n=0} \frac{(-1)^n}{2n+1}$

**9. श्रीनिवास रामानुजन(22 दिसम्बर 1887 - 26 अप्रैल 1920)**

**प्रारम्भिक जीवन -**उनका जन्म 22 दिसम्बर 1887 को कोयम्बटूर के ईरोड नाम के गांव में हुआ था।

वे एक महान भारतीय गणितज्ञ थे, जिनकी गिनती विश्व के सबसे प्रतिभाशाली गणितज्ञों में की जाती है। उन्होंने 32 साल की कम उम्र में उन्होंने गणित के 3,884 प्रमेयों का संकलन किया।

भारत सरकार ने उनके सम्मान में 2012 को 'राष्ट्रीय गणित दिवस' घोषित किया, जो हर वर्ष 22 दिसम्बर को मनाया जाता है।

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. रामानुजन ने पाई के लिए दूसरा सूत्र (सन् 1910 में) दिया था-

$$\pi = \frac{9801}{2\sqrt{2}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(4n)!}{(n!)^4}\times\frac{[1103+26390n]}{(4\times 99)^{4n}}}$$

2. रामानुजन संख्याएँ-'रामानुजन संख्या'उस प्राकृतिक संख्या को कहते हैं - जिसे दो अलग-अलग प्रकार से दो संख्याओं के घनों के योग द्वारा निरूपित किया जा सकता है।उदाहरण - 1729, 4104, 20683, 39312, 40033 आदि रामानुजन संख्याएं हैं। इन्हें हार्डी-रामानुजन संख्या भी कहते हैं।

3. रामानुजन के अन्य उल्लेखनीय योगदानों में हाइपर जियोमेट्रिक सीरीज, रीमान सीरीज, एलिप्टिक इंटीग्रल, उवबा थीटा फंक्शन, रामानुजन प्राइम और डाइवर्जेंट सीरीज का सिद्धांत।

4. रामानुजन ने जी. एच. हार्डी के साथ मिलकर वृत्त विधि का आविष्कार किया, जिसने 200 से आगे की संख्याओं के विभाजन का पहला सन्निकटन दिया।

5. गेम थ्योरी, प्राइम नंबर थ्योरी में उनका योगदान विशुद्ध रूप से अंतर्ज्ञान पर आधारित है।प्राइम नंबर थ्योरी का वर्तमान मे क्रिप्टोग्राफी, यादृच्छिक संख्या सृजन एवं त्रुटि का पता लगाना और सुधार करना ज्ञात करने मे किया जा रहा है।

6. उनका प्रसिद्ध 'रामानुजन नोटबुक' आज भी शोधकर्ताओं के लिए प्रेरणा का स्रोत है।

7. हाल में इनके सूत्रों को क्रिस्टल-विज्ञान में प्रयुक्त किया गया है।

8. इन्होने शून्य और अनन्त को हमेशा ध्यान में रखा और इसके अंतर्सम्बन्धों को समझाने के लिए गणित के सूत्रों प्रतिपादित किया।

**10. भारतीकृष्ण तीर्थ(14 मार्च 1884 - 2 फरवरी 1960)**

**प्रारम्भिक जीवन -**उनका जन्म 14 मार्च 1884, तिन्नवेली (अब तमिलनाडु), भारत में हुआ था।एक महान भारतीय गणितज्ञ, वेदांत विद्वान, और शंकराचार्य थे, जिन्हें वेदिक गणित के जनक के रूप में जाना जाता है। इनका मूल नामवेणीकृष्ण शास्त्री था इन्होने गणित, संस्कृत, वेद, दर्शन, इतिहास, अंग्रेजी और विज्ञान में गहरी शिक्षा प्राप्त की। इन्होंने 1911 से 1918 के बीच, आठ वर्षों तक हिमालय में ध्यान एवं अध्ययन के माध्यम से प्राचीन वैदिक सूत्रों पर आधारित गणितीय तकनीकों को पुनः खोजा।

**प्रमुख ग्रंथ (पुस्तकें) -**'वंडर्स ऑफ वैदिक मैथेमेटिक्स'

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. वैदिक गणित नामक पुस्तक में 16 सूत्रों एवं 13 उपसूत्रों कीसहायता से गणित की जटिल संक्रियाओं (गुणन ,भाग, वर्ग, घन, गुणनखंड, महत्तम समापवर्तक, वर्गमूल, घनमूल आदि)को अत्यंत सरल, त्वरित गति से किए जाने की विधियों का उल्लेख है।

2. वैदिक गणित की सहायता से सरल, युगपत, द्विघात, घन, चतुर्घात , समीकरण को सरलता से हल किया जा सकता है।

3. वैदिक गणित की सहायता से अनंतस्पर्शी का समीकरण ज्ञात किया जा सकता है।

4. वैदिक गणित की सहायता से अवकल समीकरणों को सरलता से हल किया जा सकता है।

5. 1925 में उन्हेंगोवर्धन मठ, पुरीकाशंकराचार्यबनाया गया।उन्होंने विश्वभर में भारतीय संस्कृति और वेदांत का प्रचार किया।

**11. डी.आर. कापरेकर(दत्तात्रेय रामचंद्र कापरेकर)**

**प्रारम्भिक जीवन -**दत्तात्रेय रामचंद्र कापरेकर का जन्म1905 में दहानू में हुआ था।एक प्रसिद्ध भारतीय गणितज्ञ थे, जिन्होंने गणित को एक खेल और सौंदर्य के रूप में प्रस्तुत किया। उन्हें कापरेकर संख्या और कई अद्भुत गणितीय पहेलियों व संख्यात्मक गुणों की खोज के लिए जाना जाता है।उन्होने स्कूल में गणित शिक्षक के रूप में कार्य किया।

**कुछ प्रमुख उपलब्धियाँ (योगदान)**

1. वह एक भारतीय मनोरंजक गणितज्ञ थे जो प्राकृतिक संख्याओं के कई वर्गों का वर्णन करते थे

2. उन्होंने कापरेकर संख्या (Kaprekar Number)की खोज की। संख्या, 6174, जिसे 'कापरेकर स्थिरांक'(Kaprekar Constant) भी कहा जाता है।

यह एक प्रसिद्ध प्रक्रिया से जुड़ी है, जिसेकापरेकर रूटीन कहते हैं:

संख्या 6174 को कापरेकर स्थिरांक (Kaprekar Constant) कहते हैं। इस संख्या का एक विशेष गुण है सर्वप्रथम हमें

(1) चार अंक की कोई भी संख्या लेना है, जिसके दो अंक भिन्न हों।

(2) संख्या के अंको को आरोही और अवरोही क्रम में लिखें ।इससे आपको दो संख्यायें मिलेंगी।

(3) अब बड़ी संख्या को छोटी से घटाएँ।

जो संख्या मिले इस पर पुनः क्रम संख्या 2 तथा 3 वाली प्रक्रिया दोहराएँ। इस प्रक्रिया को 'कापरेकर रूटीन(व्यवहार)' कहते हैं। कुछ निश्चित चरणों के बाद आपको संख्या 6174 मिलेगी। इसके साथ 'कापरेकर व्यवहार' अपनाने पर भी फिर यही संख्या मिलती है, इसीलिये इसे कापरेकर स्थिरांक कहते हैं ।

उदाहरण- हमने संख्या ली 3141 । अब प्रक्रिया क्रमांक 2 को दोहराने पर ऐसे क्रम चलेगा-

4311 - 1134 = 3177

7731 - 1377 = 6354

6543 – 3456 = 3087

8730 – 0378 = 8352

8532 – 2358 = 6174

7641 – 1467 = 6174

यह गणितीय प्रक्रिया इतनी आकर्षक और रहस्यमय है कि इसे अक्सर '6174 का जादू' कहा जाता है।

**निष्कर्ष –** इस शोध पत्र से हम इस निष्कर्ष निकाल सकते है कि आज के आधुनिक काल में हम गणित का जो स्वरूप देख रहे है इसके मूल में भारत की समृद्ध गणितीय ज्ञान परंपरा निहित हैभारतीय गणित की विशेषता इसकी मौलिकता, सूक्ष्मता और सार्वकालिकता में है। वैदिक सूत्रों में छिपी गणनात्मक क्षमताएँ, बौधायन और पिंगल जैसे ऋषियों के योगदान, और आर्यभट, ब्रह्मगुप्त तथा भास्कराचार्य जैसे महान गणितज्ञों का कार्य यह सिद्ध करता है कि भारत में गणितीय चिंतन अत्यंत उन्नत और वैज्ञानिक रहा है।

आज नवीन राष्ट्रीय शिक्षा नीति 2020 में भारतीय ज्ञान परंपरा को उसका महत्व एवं स्थान मिला है हमे विद्यार्थियों को भारतीय गणित ज्ञान परंपरा एवं भारतीय गणितज्ञों के योगदान को न केवल ऐतिहासिक दृष्टि से, बल्कि एकजीवंत ज्ञान प्रणाली के रूप में पढ़ाए जाने की आवश्यकता है। इससे न केवल भारतीय विद्यार्थियों को अपनी सांस्कृतिक विरासत पर गर्व होगा, बल्कि वैश्विक स्तर पर भी भारत के गणितज्ञों के योगदान को उचित स्थान प्राप्त होगा ।

अत: यह शोध स्पष्ट करता है कि भारतीय ज्ञान परंपरा में गणित एक अमूल्य धरोहर के रूप मे निहित है।इस शोध में हमारे देश के केवल कुछ ही गणितज्ञों के योगदान को शामिल किया गया है यदि विस्तारपूर्वक देखे तो अनेक ऐसे और भी गणितज्ञ हैं जिनके योगदान को केवल एक ही शोधपत्र में उल्लेख करना संभव नहीं है तथा उनका गणित के क्षेत्र में योगदान किसी भी दृष्टि से कम नहीं है।

**संदर्भ ग्रंथ सूची :-**


1. Vedic Mathematics and the Mathematics of Vedic Period-An Analysis and Application by Dr. V. K. Gupta, Veda- Vidya, An international Refereed Research Journal, Vol.XXVI, July-December 2015.
2. महान भारतीय गणितज्ञ रामानुजन, डॉ. वी. के. गुप्ता, शिक्षा संस्कृति उत्थान न्यास , नई दिल्ली।
3. आर्यभट्ट कृत आर्यभटीय द्द्केदारनाथ शुक्ला।
4. संसार के कई महान गणितज्ञ–गुणाकर मुले, वजकमल प्रकाशन।
5. पाटीगणित– संपादन एवं अनुवाद द्द्प्रो कृपाशंकर शुक्ल, लखनऊ 1959.
6. त्रिशतिका– संपादन एवं अनुवाद द्द्डॉ सागूमन शुक्ल, लखनऊ 1959।
7. विश्व के महान गणितज्ञ– राजेश कुमार ठाकुर, दिल्ली।
8. 'भारतीय गणितकार: बौधायन' द्वारा रामजी त्रिपाठीhttps://hi.wikipedia.org/wiki/बौधायन.
9. भारत के प्रमुख गणिताचार्य, लेखक देवी प्रसाद वर्मा, प्रकाशक विद्या भारती संस्कृति विश्व संस्थान, कुरुक्षेत्र.
10. संसार के महान गणितज्ञ, गुणाकर मुले (2008).
11. महावीराचार्य एक समीक्षात्मक अध्ययन, अनुपम जैन एवं सुरेश चंद्र अग्रवाल (1985).
12. महावीराचार्य की जैन गणित को देन, एम.श्रीलाल अग्रवाल (1964).
13. गणित का शिक्षण शास्त्र (भाग ८), शिक्षक शिक्षा विभाग, शिक्षाशास्त्र विद्या शाखा उत्तराखण्ड मुक्त विश्वविद्यालय, हल्द्वानी
14. https://en.wikipedia.org/wiki/Baudhayana_sutras?utm_source=chatgpt.com
15. www.en.wikipedia.org/wiki/history_of_mathematics
16. https://en.wikipedia.org/wiki/दत्तात्रय रामचन्द्र कर्पेकर


*************